EXAMEN DE ANALISIS DE SERIES TEMPORALES. 3/9/07

3º DIPLOMATURA EN ESTADISTICA

1.- Indicar cual de las afirmaciones siguientes es falsa y cuando sea el caso redactarla de manera correcta cambiando el menor número de palabras:

1. Si en el periodograma de una serie sin tendencia inviertes la frecuencia correspondiente a la mayor ordenada obtienes el periodo de la serie.
2. Las medias móviles simétricas se utilizan sobre todo para estimar tendencia.
3. Cualquier modelo AR(1) estacionario es invertible.
4. El coeficiente de autocorrelación parcial de orden 1 de cualquier proceso estocástico estacionario e invertible siempre coincide con el coeficiente de autocorrelación simple de orden 1.
5. $X_t = \mu + \beta_1 \cos(wt) + \beta_2 \operatorname{sen}(wt) + a_t$ donde w es una constante prefijada y $\{a_t\}$ un ruido blanco es un proceso estocástico estacionario.
6. Un proceso ARIMA(0,1,1) siempre es estacionario y a veces es no invertible.
7. La ACF de un modelo estacional puro sólo puede ser distinta de cero en los retardos múltiplos de la estacionalidad.
8. Al ajustar un modelo ARIMA(1,1,0) con constante, la media de la serie modelizada es igual a dicha constante dividida entre 1- ϕ , donde ϕ es el coeficiente de la parte autorregresiva.
9. El doble suavizado exponencial de Brown con constante α=0.2 es equivalente al método de Holt con constantes de suavizado α_1=0.2 y α_2=0.2.
10. En la ACF de un modelo $(1,0,0)(0,0,1)_{12}$ las ordenadas correspondientes a los retardos 11 y 13 son iguales.

(1 punto)

2.- Si un proceso estocástico Y_t sigue el modelo $Y_t = 1 + 0.5\,t + a_t$, donde a_t representa un proceso de ruido blanco con varianza igual a 1, ¿el proceso $Z_t = Y_t - Y_{t-1}$ es estacionario?, ¿Cuál es su media y su varianza?. Si es posible calcula su ACF.

(0.8 puntos)

3.- La media y el primer coeficiente de autocorrelación simple de un proceso $\{X_t\}$ estacionario son 0.2 y 0.5 respectivamente. Si X_t sigue un modelo AR(1) con término constante del tipo $(1-\phi B)X_t = \delta + a_t$, ¿cuánto valen δ y ϕ?.

(0.8 puntos)

4.- Si los dos primeros valores de la ACF teórica de un modelo AR(2) son 1/3 y -1/3, ¿cuánto valen los coeficientes de la parte autorregresiva del modelo?.

(0.8 puntos)

5.- Escribir el modelo $(1,2,1)(0,1,2)_4$ para la serie X_t , cuya media μ=3, utilizando el operador Backward y directamente en función de la serie y el ruido en instantes anteriores.

Si se va a utilizar SAS para estimar los parámetros del modelo, ¿qué se escribiría en la sentencia *identify* y en la *estimate* del PROC ARIMA para ajustar el modelo anterior?.

(1 punto)

6.- Explicar detalladamente en qué consiste la Descomposición Clásica de una serie temporal de periodo 13 en la que contamos con 130 observaciones y utilizamos un esquema multiplicativo.
(1 punto)

7.- Se trabaja con una serie X_t de datos bimensuales recogidos en un periodo de 20 años. Se ajusta un modelo SARIMA $(1,0,1)(0,1,1)_6$ al logaritmo neperiano de X_t, responder a las siguientes cuestiones:

a) Escribir la expresión de X_t para este modelo en función de los retardos correspondientes de X_t y a_t, donde X_t representa a la serie y a_t a los residuales del modelo elegido.
b) Con la información que se adjunta abajo calcular las predicciones para $Ln(X_t)$ para el medio año siguiente junto con un intervalo de predicción para las mismas.
c) Escribir la ecuación de predicción para $Ln(X_t)$.
d) ¿Qué significan los p-valores de la tabla?

```
Parameter           Estimate        Stnd. Error     t               P-value
----------------------------------------------------------------------------
AR(1)               -0.710674       0.163777        -4.33927        0.000032
MA(1)               -0.892023       0.118852        -7.50533        0.000000
SMA(1)               0.379174       0.0935065        4.05505        0.000094
----------------------------------------------------------------------------
Estimated white noise variance = 1.03361 with 111 degrees of freedom
Estimated white noise standard deviation = 1.01666

Period          Data                Forecast            Residual
------------------------------------------------------------------------------
112.0           19.163              20.2559             -1.09287
113.0           22.1095             21.9788             0.13066
114.0           20.822              19.1754             1.64659
115.0           20.5245             20.2424             0.282094
116.0           19.9397             20.6537             -0.714045
117.0           22.5296             21.612              0.91755
118.0           19.2127             19.7945             -0.581791
119.0           22.5275             21.8753             0.65219
120.0           20.6942             20.4382             0.256031
------------------------------------------------------------------------------
```

(2 puntos)

8.- Las ventas trimestrales de un determinado producto $\{X_t\}$ pueden representarse por un modelo estacional. Se utilizan los datos correspondientes a seis años para obtener los estimadores por suavizado exponencial. Los resultados del *Forecasting system time series* de SAS fueron los siguientes:

Winters Method -- Multiplicative

Model Parameter	Estimate	Std. Error	T	Prob. > |T|
LEVEL Smoothing Weight	0.1786751	0.0373531	4.7834105	5.65082E-06
TREND Smoothing Weight	0.08272983	0.0296102	2.7939659	0.006190021
SEASONAL Smoothing Weight	0.00688867	0.0175211	0.3931646	0.694995047
Residual Variance (sigma squared)	237.714692			
Smoothed Level	51.8370279			
Smoothed Trend	-0.2087777			
Smoothed Seasonal Factor 1	1.28295349			
Smoothed Seasonal Factor 2	0.87612794			
Smoothed Seasonal Factor 3	0.65344067			
Smoothed Seasonal Factor 4	1.20230087			

a) Interpretar los p-valores de la tabla.
c) Los datos para el año siguiente están disponibles y son
$x_{25} = 66.4$, $x_{26} = 45.7$ y $x_{27}=33.2$ $x_{28}=61.2$.
Actualizar los estimadores para el año siguiente y dar la predicción para la observación en t=31 .
(1.6 puntos)

9.- Las figuras siguientes corresponden a funciones ACF y PACF teóricas para modelos de series temporales. Indicar de qué modelos de Box Jenkins se trata.

(1 punto: 1 bien 0, 2 bien 0.2, 3 bien 0.5, 4 bien 0.8, 5 bien 1)

Figura 1

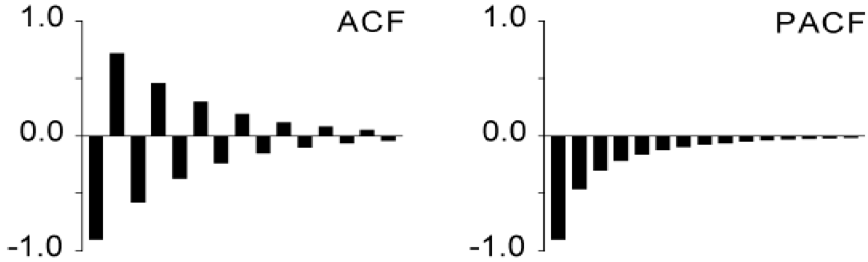

Figura 2

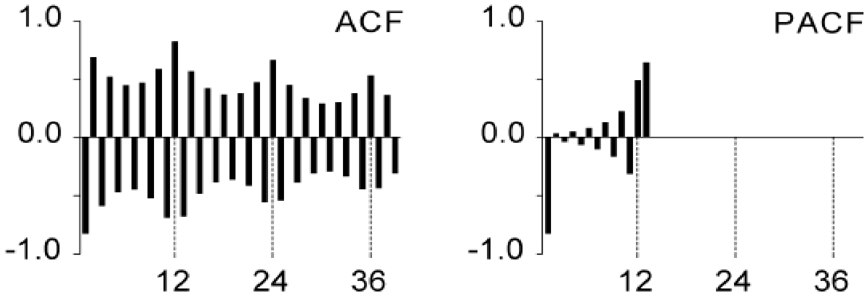

Figura 3

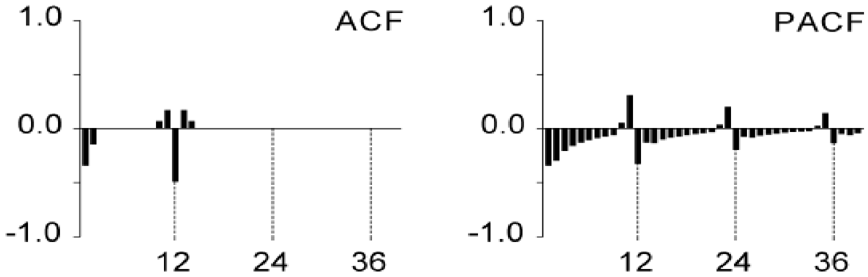

Figura 4

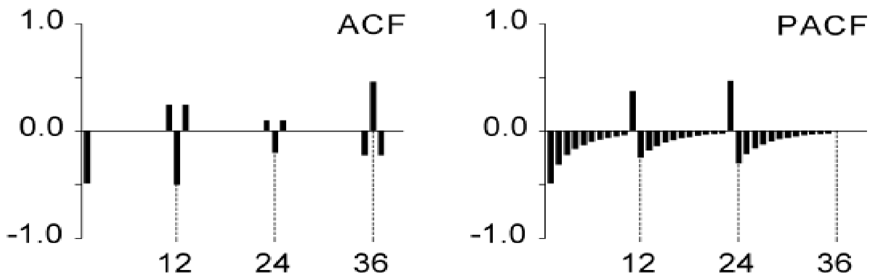

Figura 5