

EXAMEN DE ANALISIS DE SERIES TEMPORALES. 1/9/05
3º DIPLOMATURA EN ESTADISTICA

1.- Decir si son o no estacionarios los siguientes modelos de series temporales justificando la respuesta y calcular su esperanza en los casos a) y c). En las siguientes expresiones $\{a_t\}$ es un ruido blanco.

- a) $X_t = 0.8 + 0.6X_{t-1} + a_t$
- b) SARIMA(0,0,1)(0,1,2)₁₂
- c) $X_t = \mu + \beta_1 \cos(60^\circ t) + \beta_2 \sin(60^\circ t) + a_t$
- e) ARIMA(2,0,1)

(1 punto)

2.- Calcular la función de autocorrelación de los siguientes modelos donde $\{a_t\}$ es un ruido blanco:

- a) $X_t = 0.6 + 0.9X_{t-12} + a_t$
- b) SARIMA(0,0,1)(0,0,1)₆
- d) $X_t = 3a_t a_{t-1}$.

(0.75 puntos)

3.- En la tabla siguiente figuran los siete primeros valores de la ACF y de la PACF muestrales, calculados para cierta serie temporal de 400 observaciones:

k	1	2	3	4	5	6	7
ACF	-0.40	0.02	-0.01	-0.02	0.01	0.02	-0.01
PACF	-0.40	-0.30	-0.25	0.01	0.03	0.01	-0.04

Según esto, se decide que un modelo plausible para el proceso X_t que supuestamente ha generado la serie es $X_t = a_t - \theta a_{t-1}$, donde $\{a_t\}$ representa un proceso de ruido blanco. Dar una estimación inicial para el parámetro θ que resulte compatible con la información anterior y sea la más adecuada para la modelización.

(0.75 puntos)

4.- Escribir el modelo $(1,1,1)(0,2,2)_4$ para la serie X_t , cuya media $\mu=3$, utilizando el operador Backward y directamente en función de la serie y el ruido en instantes anteriores. Justificar adecuadamente la expresión final en lo que corresponde a μ .

Si la serie X_t tiene media μ_t , ¿qué cambiaría en las expresiones anteriores?.

Si se va a utilizar SAS para estimar los parámetros del modelo, ¿qué se escribiría en la sentencia *identify* y en la *estimate* del PROC ARIMA para ajustar los modelos anteriores?.

Nota: Escribir por separado las sentencias para el modelo asumiendo la hipótesis $\mu=3$ y para el modelo que contempla la situación más general $E(X_t) = \mu_t$.

(1.75 puntos)

5.- En el análisis de una serie por la metodología de Box Jenkins:

- a) ¿Cómo sabemos si un modelo está sobreparametrizado al ajustarle a la serie?.
- b) En qué consiste la etapa de validación.
- c) ¿Cómo podemos comparar varios modelos que se han validado?.

(1 punto)

6.- Diseñar un filtro simétrico que elimine una componente estacional de periodo cinco y pase una tendencia lineal. Diseñar otro filtro que elimine la tendencia y deje pasar la componente estacional.

(0.75 puntos)

7.- Se trabaja con una serie X_t de datos bimensuales recogidos en un periodo de 20 años. Se ajusta un modelo SARIMA (1,0,1)(0,1,1)₆ al logaritmo neperiano de X_t , responder a las siguientes cuestiones:

- Escribir la expresión de X_t para este modelo en función de los retardos correspondientes de X_t y a_t , donde X_t representa a la serie y a_t a los residuales del modelo elegido.
- Con la información que se adjunta abajo calcular las predicciones para $\ln(X_t)$ para el medio año siguiente junto con un intervalo de predicción para las mismas.
- Escribir la ecuación de predicción para $\ln(X_t)$.
- ¿Qué significan los p-valores de la tabla?

Parameter	Estimate	Std. Error	t	P-value
AR(1)	-0.710674	0.163777	-4.33927	0.000032
MA(1)	-0.892023	0.118852	-7.50533	0.000000
SMA(1)	0.379174	0.0935065	4.05505	0.000094

Estimated white noise variance = 1.03361 with 111 degrees of freedom
 Estimated white noise standard deviation = 1.01666

Period	Data	Forecast	Residual
112.0	19.163	20.2559	-1.09287
113.0	22.1095	21.9788	0.13066
114.0	20.822	19.1754	1.64659
115.0	20.5245	20.2424	0.282094
116.0	19.9397	20.6537	-0.714045
117.0	22.5296	21.612	0.91755
118.0	19.2127	19.7945	-0.581791
119.0	22.5275	21.8753	0.65219
120.0	20.6942	20.4382	0.256031

(1.75 puntos)

8.- Las ventas trimestrales de un determinado producto $\{X_t\}$ pueden representarse por un modelo estacional. Se utilizan los datos correspondientes a seis años para obtener los estimadores por suavizado exponencial. Los resultados del *Forecasting system time series* de SAS fueron los siguientes:

Winters Method -- Multiplicative

Model Parameter	Estimate	Std. Error	T	Prob. > T
LEVEL Smoothing Weight	0.1786751	0.0373531	4.7834105	5.65082E-06
TREND Smoothing Weight	0.08272983	0.0296102	2.7939659	0.006190021
SEASONAL Smoothing Weight	0.00688867	0.0175211	0.3931646	0.694995047
Residual Variance (sigma squared)	237.714692			
Smoothed Level	51.8370279			
Smoothed Trend	-0.2087777			
Smoothed Seasonal Factor 1	1.28295349			
Smoothed Seasonal Factor 2	0.87612794			
Smoothed Seasonal Factor 3	0.65344067			
Smoothed Seasonal Factor 4	1.20230087			

- Interpretar los p-valores de la tabla.
- Los datos para el año siguiente están disponibles y son $x_{25} = 66.4$, $x_{26} = 45.7$ y $x_{27} = 33.2$ $x_{28} = 61.2$.
 Actualizar los estimadores para el año siguiente y dar la predicción para la observación en $t=30$.

(1.5 puntos)

9.- Las figuras siguientes corresponden a funciones ACF y PACF teóricas para modelos de series temporales. Indicar de qué modelos de Box Jenkins se trata (sólo un modelo por figura).

(0.75 puntos: 1 bien 0, 2 bien 0.1, 3 bien 0.25, 4 bien 0.5, 5 bien 0.75)

Figura 1

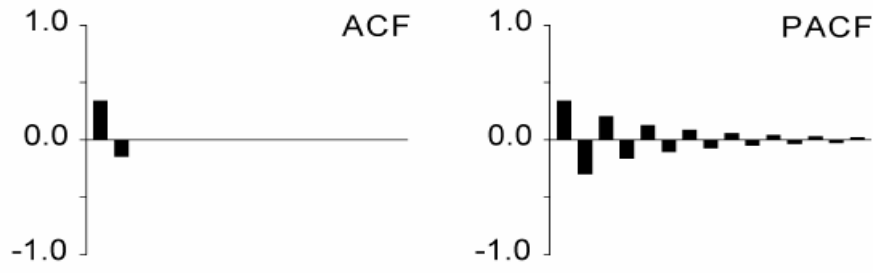


Figura 2

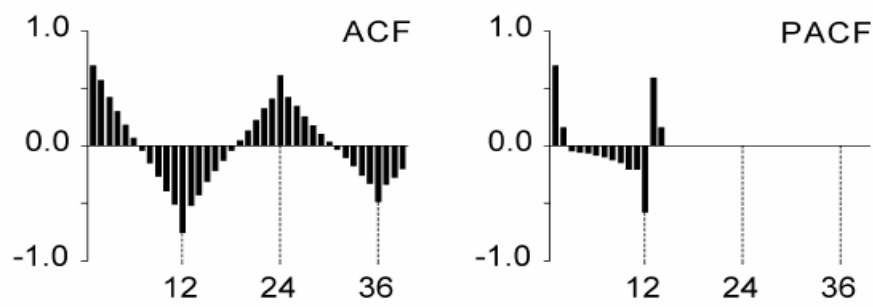


Figura 3

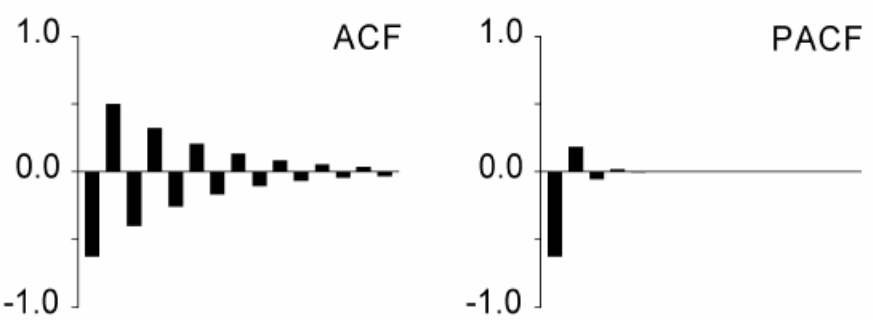


Figura 4

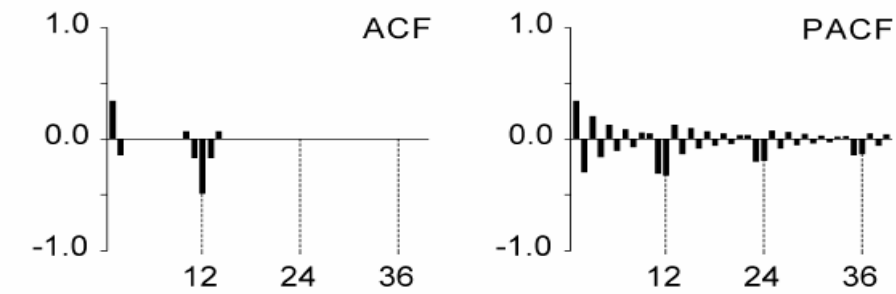


Figura 5

