EXAMEN DE ANALISIS DE SERIES TEMPORALES. 26/6/07
3º DIPLOMATURA EN ESTADISTICA

1.- Decir si son o no estacionarios los siguientes modelos de series temporales justificando la respuesta y calcular su esperanza en los casos a) y c). En las siguientes expresiones $\{a_t\}$ es un ruido blanco.

a) $X_t = 0.8+0.6X_{t-1}+a_t$
b) SARIMA(0,0,0)(0,1,2)$_{12}$
c) $X_t = \mu + \beta \, Exp(60t) + a_t$
e) ARIMA(2,0,1)

(1 punto)

2.- Calcular la función de autocorrelación de los siguientes modelos donde $\{a_t\}$ es un ruido blanco:

a) $X_t = 0.7+0.8X_{t-12}+a_t$
b) SARIMA(0,0,1)(0,0,1)$_{12}$
d) $X_t = 2a_t a_{t-1}$.

(1 punto)

3.- En la tabla siguiente figuran los siete primeros valores de la ACF y de la PACF muestrales, calculados para cierta serie temporal de 400 observaciones:

k	1	2	3	4	5	6	7
ACF	-0.40	0.02	-0.01	-0.02	0.01	0.02	-0.01
PACF	-0.40	-0.30	-0.25	0.01	0.03	0.01	-0.04

Según esto, se decide que un modelo plausible para el proceso X_t que supuestamente ha generado la serie es $X_t= a_t-\theta a_{t-1}$, donde $\{a_t\}$ representa un proceso de ruido blanco. Dar una estimación inicial para el parámetro θ que resulte compatible con la información anterior y sea la más adecuada para la modelización.

(0.75 puntos)

4.- Escribir el modelo (1,1,1)(0,2,2)$_4$ para la serie X_t, cuya media μ=20, utilizando el operador Backward y directamente en función de la serie y el ruido en instantes anteriores. Justificar adecuadamente la expresión final en lo que corresponde a μ.

Si la serie X_t tiene media μ_t ,¿qué cambiaría en las expresiones anteriores?.

Si se va a utilizar SAS para estimar los parámetros del modelo, ¿qué se escribiría en la sentencia *identify* y en la *estimate* del PROC ARIMA para ajustar los modelos anteriores?.

Nota: Escribir por separado las sentencias para el modelo asumiendo la hipótesis μ=20 y para el modelo que contempla la situación más general $E(X_t)= \mu_t$.

(2 puntos)

5.- Explicar detalladamente en qué consiste la Descomposición Clásica de una serie temporal de periodo 13 en la que contamos con 130 observaciones y utilizamos un esquema multiplicativo.

(1 punto)

6.- Se trabaja con una serie X_t de datos bimensuales recogidos en un periodo de 20 años. Se ajusta un modelo SARIMA $(1,0,1)(0,1,1)_6$ al logaritmo neperiano de X_t, responder a las siguientes cuestiones:

a) Escribir la expresión de X_t para este modelo en función de los retardos correspondientes de X_t y a_t, donde X_t representa a la serie y a_t a los residuales del modelo elegido.

b) Con la información que se adjunta abajo calcular las predicciones para $Ln(X_t)$ para el medio año siguiente junto con un intervalo de predicción para las mismas.

c) Escribir la ecuación de predicción para $Ln(X_t)$.

d) ¿Qué significan los p-valores de la tabla?

```
Parameter           Estimate        Stnd. Error     t               P-value
----------------------------------------------------------------------------
AR(1)               -0.710674       0.163777        -4.33927        0.000032
MA(1)               -0.892023       0.118852        -7.50533        0.000000
SMA(1)               0.379174       0.0935065        4.05505        0.000094
----------------------------------------------------------------------------
Estimated white noise variance = 1.03361 with 111 degrees of freedom
Estimated white noise standard deviation = 1.01666

Period           Data                Forecast            Residual
------------------------------------------------------------------------------
112.0            19.163              20.2559             -1.09287
113.0            22.1095             21.9788             0.13066
114.0            20.822              19.1754             1.64659
115.0            20.5245             20.2424             0.282094
116.0            19.9397             20.6537             -0.714045
117.0            22.5296             21.612              0.91755
118.0            19.2127             19.7945             -0.581791
119.0            22.5275             21.8753             0.65219
120.0            20.6942             20.4382             0.256031
------------------------------------------------------------------------------
```

(2 puntos)

7.- Las ventas trimestrales de un determinado producto $\{X_t\}$ pueden representarse por un modelo estacional. Se utilizan los datos correspondientes a seis años para obtener los estimadores por suavizado exponencial. Los resultados del *Forecasting system time series* de SAS fueron los siguientes:

Winters Method -- Multiplicative

Model Parameter	Estimate	Std. Error	T	Prob. > |T|
LEVEL Smoothing Weight	0.1786751	0.0373531	4.7834105	5.65082E-06
TREND Smoothing Weight	0.08272983	0.0296102	2.7939659	0.006190021
SEASONAL Smoothing Weight	0.00688867	0.0175211	0.3931646	0.694995047
Residual Variance (sigma squared)	237.714692			
Smoothed Level	51.8370279			
Smoothed Trend	-0.2087777			
Smoothed Seasonal Factor 1	1.28295349			
Smoothed Seasonal Factor 2	0.87612794			
Smoothed Seasonal Factor 3	0.65344067			
Smoothed Seasonal Factor 4	1.20230087			

a) Interpretar los p-valores de la tabla.

c) Los datos para el año siguiente están disponibles y son

$x_{25} = 66.4$, $x_{26} = 45.7$ y $x_{27}=33.2$ $x_{28}=61.2$.

Actualizar los estimadores para el año siguiente y dar la predicción para la observación en t=30 .

(1.5 puntos)

8.- Las figuras siguientes corresponden a funciones ACF y PACF teóricas para modelos de series temporales. Indicar de qué modelos de Box Jenkins se trata (sólo un modelo por figura).

(0.75 puntos: 1 bien 0, 2 bien 0.1, 3 bien 0.25, 4 bien 0.5, 5 bien 0.75)

Figura 1

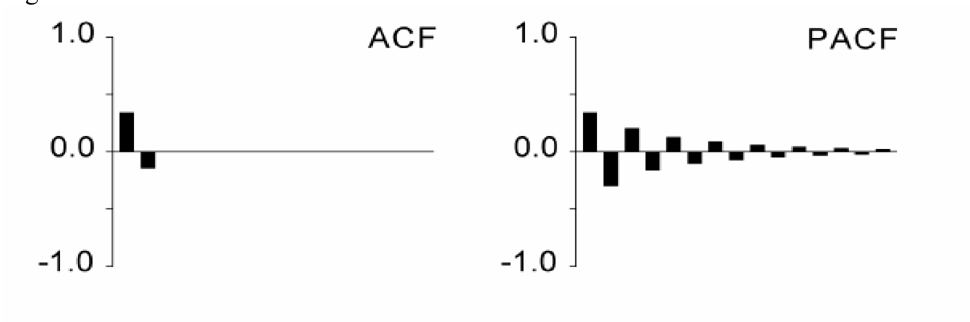

Figura 2

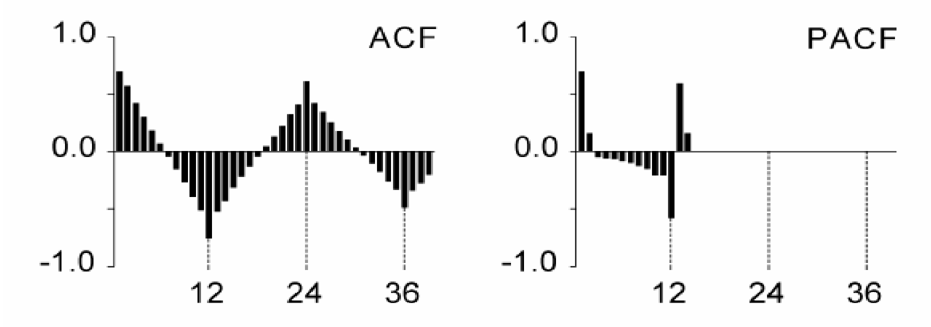

Figura 3

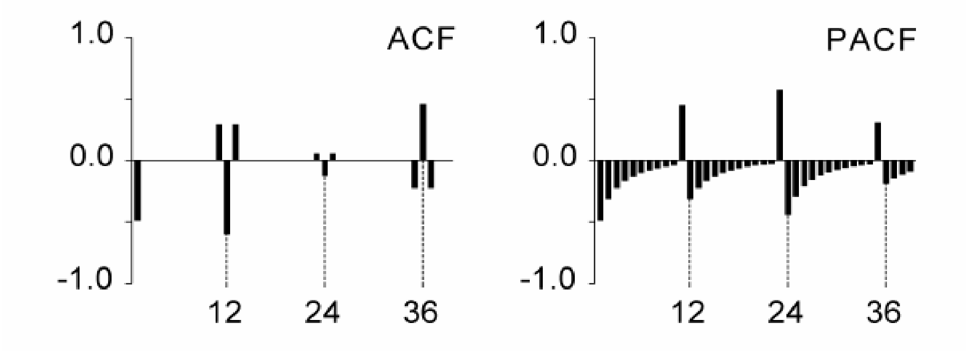

Figura 4

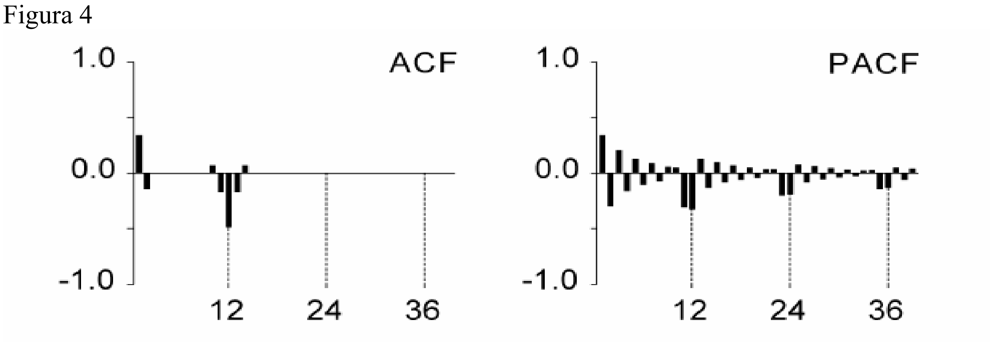

Figura 5