

**EXAMEN DE ESTADISTICA MATEMATICA. 1/9/04**  
**2º DIPLOMATURA EN ESTADISTICA**

1.- Se está haciendo un estudio con animales de una población de la que se conoce que el 20% tiene determinada característica genética. Si se extrae al azar una muestra de 100 animales de dicha población, ¿cuál es la probabilidad de que al menos 15 animales presenten la característica anterior?. Dar la distribución asintótica del cociente entre las proporciones muestrales de animales con y sin característica en una muestra de tamaño n.

(1.25 puntos)

2.- Se obtienen al azar dos muestras independientes de tamaños 16 y 10 respectivamente, de dos poblaciones con distribución normal. Si sus varianzas son 24 y 18 respectivamente:

- a) Dar un intervalo de confianza del 95% para el cociente de desviaciones estándar.
- b) ¿Cuál es el mínimo nivel al que podrían considerarse significativamente distintas las varianzas?. Si no es posible calcularle acotarle adecuadamente.
- c) Dar una cota confidencial superior del 95% para la varianza de la primera muestra.

(1.5 puntos)

3.- El control de recepción de una partida de rodillos se realiza clasificando las piezas en pequeñas, normales y grandes. Las proporciones teóricas respectivas se suponían  $p_1=0.05$ ,  $p_2=0.90$  y  $p_3=0.05$ , pero se sospecha que ha aumentado la dispersión y, por tanto, las piezas se clasifican según proporciones  $p_1=0.05+\theta$ ,  $p_2=0.90-2\theta$  y  $p_3=0.05+\theta$ . Se analizan 5000 piezas obteniendo  $n_1=278$   $n_2=4428$  y  $n_3=294$  piezas de cada clase. Se pide comprobar con los datos obtenidos si pueden suponerse ciertas las nuevas proporciones teóricas.

(1.25 puntos)

4.- Se tienen 20 máquinas de características iguales que envasan huevos en cartones. Para cada una de ellas se ha anotado el número de cartones envasados sin defecto antes de envasar el primer defectuoso, obteniéndose los siguientes resultados:

9, 13, 5, 9, 35, 14, 0, 7, 2, 1, 0, 16, 2, 5, 1, 6, 14, 6, 25, 5

- a) ¿Se puede considerar que los datos anteriores proceden de una distribución geométrica?. Para contestar a la pregunta se pueden utilizar los cálculos que se indican en la tabla de abajo pero es necesario detallar el procedimiento que se utiliza.
- b) Si suponemos que los datos proceden de una distribución geométrica, ¿la proporción de cartones defectuosos envasados por dichas máquinas puede considerarse del 10%?.
- c) Calcula el nivel de significación de los datos para el contraste del apartado anterior por dos procedimientos distintos.

Límite Inferior	Límite Superior	Frecuencia observada	Frecuencia esperada
-	0.5	2	2.05
0.5	2.5	4	3.49
2.5	4.5	0	2.81
4.5	6.5	5	2.27
6.5	9.5	3	2.60
9.5	13.5	1	2.38
13.5	19.5	3	2.10
19.5	-	2	2.30

( 2 puntos)

5.- Con el fin de estudiar la influencia del estado dental en la presentación de cefaleas, se tomaron 19 adolescentes y se les clasificó según presentaran o no cefaleas y según tuvieran o no la dentadura deteriorada.

	Dentadura	
	NO	SI
Cefaleas NO	13	3
SI	1	2

Hemos pedido la siguiente salida de SPSS para estos datos:

**Tabla de contingencia CEFALEAS \* DENTADUR**

			DENTADUR		Total
			NO	SI	
CEFALEAS	NO	Recuento	13	3	16
		Frecuencia esperada	11.8	4.2	16.0
	SI	Recuento	1	2	3
		Frecuencia esperada	2.2	.8	3.0
Total	Recuento		14	5	19
	Frecuencia esperada		14.0	5.0	19.0

**Pruebas de chi-cuadrado**

	Valor	gl	Sig. asintótica (bilateral)	Sig. exacta (bilateral)	Sig. exacta (unilateral)
Chi-cuadrado de Pearson	2.991 <sup>b</sup>	1	.084		
Corrección por continuidad	1.031	1	.310		
Razón de verosimilitud	2.639	1	.104	.155	.155
Estadístico exacto de Fisher					
Asociación lineal por lineal	2.834	1	.092		
N de casos válidos	19				

a. Calculado sólo para una tabla de 2x2.

b. 3 casillas (75.0%) tienen una frecuencia esperada inferior a 5. La frecuencia mínima esperada es .79.

- Según los datos de la tabla anterior, ¿es significativa dicha influencia?.
- Volver a contestar a la pregunta del apartado anterior suponiendo que el tamaño muestral fuese 190 y las frecuencias de la distribución conjunta fuesen 130, 30, 10 y 20 respectivamente. Explicar las diferencias entre los dos apartados.
- Dar un intervalo de confianza del 90% para la diferencia de las siguientes probabilidades:
  - Probabilidad de presentar cefaleas en los adolescentes que no tienen la dentadura deteriorada.
  - Probabilidad de presentar cefaleas en los adolescentes que tienen la dentadura deteriorada.

(1.5 puntos)

6.- Se están investigando dos métodos distintos de obtención de electricidad en las playas de Lanzarote aprovechando la fuerza del viento. El método A consume parte de la electricidad que produce para su propio funcionamiento, concretamente 10 Kw h, mientras que el método B no consume nada. Por razones de tipo económico interesa conocer si la producción media diaria **utilizable** con el método A es al menos el doble que la producción con el método B.

Para ello se eligen al azar 9 días a lo largo del mes obteniéndose los siguientes datos de producción (en los datos de A no están descontados los 10 Kw h de consumo fijo):

	<u>Día</u>								
	1°	2°	3°	4°	5°	6°	7°	8°	9°
<b>A</b>	128	147	195	110	85	218	141	121	179
<b>B</b>	57	68	94	49	34	101	61	50	82

- Establecer las hipótesis adecuadas.
- Contrastar las hipótesis establecidas.
- Con qué potencia se detectaría una diferencia en la producción media diaria utilizable con el método A de 2 Kw h. más del doble de la producción media diaria con el método B. Tomar  $\alpha=0.05$ .

(1.5 puntos)

7.- Las frases siguientes son falsas, añadir o cambiar las mínimas palabras o números necesarios para que resulten verdaderas

- Si la varianza de un estimador converge hacia cero cuando el tamaño muestral tiende hacia infinito entonces es un estimador consistente.
- Sea  $X_1, \dots, X_n$  m.a.s. de una población con ley de probabilidad Normal,  $\mu$  es E.I.U.V.M. para  $\bar{X}$ .
- La función de distribución muestral o empírica asociada a una m.a.s. de una distribución Poisson de media 1, evaluada en 3, es una variable aleatoria cuya distribución es Poisson de media 3.
- Sea  $\{X_n\}_{n=1, \dots}$  sucesión de variables aleatorias. Si  $X_n$  converge en ley hacia una  $N(0, 1/n)$  entonces  $X_n$  converge en probabilidad a cero.
- Si  $\hat{\theta}^{1/2}$  es el E.M.V. de  $\theta^{1/2}$  para una familia de tipo exponencial uniparamétrico en  $\theta$  entonces  $\hat{\theta}^{1/2}$  es C.A.N. para  $\theta$  y por tanto consistente asintóticamente.
- Si un estimador es asintóticamente eficiente para  $\theta$  entonces es E.I.U.V.M. para  $\theta$ .
- Si  $T_n$  es un estimador asintóticamente insesgado para  $g(\theta)$  y su varianza converge hacia cero cuando  $n$  tiende hacia infinito entonces  $T_n$  es un estimador consistente para  $\theta$ .
- Sea  $X_1, \dots, X_n$  m.a.s. de una población con ley de probabilidad Normal( $\mu, \sigma^2$ ) si sabemos que  $\sigma^2 = 4$  entonces  $n \sigma^2/4$  tiene una distribución chi-cuadrado con  $n-1$  grados de libertad.
- Si un estimador  $T_n$  es E.I.U.V.M. para  $\theta$  no puede existir otro estimador con menor error cuadrático medio que el de  $T_n$  para todo  $\theta$ .
- Sea  $X_1, \dots, X_n$  m.a.s. para obtener la distribución asintótica del estadístico

$$\frac{\sum_{i=1}^n X_i^2}{n} \quad \text{aplicamos el delta método a } X_1, \dots, X_n \text{ tomando como función } g(x)=x^2.$$

(1 punto)