

EXAMEN DE ESTADISTICA MATEMATICA. 1/9/03
2º DIPLOMATURA EN ESTADISTICA

1.- El control de recepción de una partida de rodillos se realiza clasificando las piezas en pequeñas, normales y grandes. Las proporciones teóricas respectivas se suponían $p_1=0.05$, $p_2=0.90$ y $p_3=0.05$, pero se sospecha que ha aumentado la dispersión y, por tanto, las piezas se clasifican según proporciones $p_1=0.05+\theta$, $p_2=0.90-2\theta$ y $p_3=0.05+\theta$. Se analizan 5000 piezas obteniendo $n_1=278$, $n_2=4428$ y $n_3=294$ piezas de cada clase. Se pide comprobar con los datos obtenidos si pueden suponerse ciertas las nuevas proporciones teóricas.

(1.5 puntos)

2.- Sea X_1, \dots, X_n m.a.s. de una población con ley de probabilidad de Weibull, función de densidad

$$f(x) = \left(\frac{1}{2(x\theta)^{1/2}} \right) \text{Exp} \left\{ - \left(\frac{x}{\theta} \right)^{1/2} \right\} \quad x > 0, \quad \theta > 0,$$

$$E X_i = 2 \theta$$

$$\text{Var } X_i = 20 \theta^2$$

- a) Comprobar que el E.M.V. para θ es $\left(\sum_{i=1}^n \frac{X_i^{1/2}}{n} \right)^2$
- b) Obtener el E.M.V. para $\theta^{1/2}$.
- c) Estudiar la consistencia y la distribución asintótica del E.M.V. de $\theta^{1/2}$.
- d) ¿Puede haber un estimador insesgado de $\theta^{1/2}$ con menor varianza que el E.M.V.? Justificar la respuesta.
- e) Dar la distribución asintótica del E.M.V. de θ .
- f) Se considera \bar{X} como estimador de θ . Estudiar sus propiedades y compararle con el E.M.V.. La comparación se pide solamente para muestras grandes.
- g) Proponer un estimador razonable para θ distinto de los considerados en el apartado anterior y explicar porqué se considera razonable.
- h) Determinar intervalos de confianza para θ de nivel de confianza $1-\alpha$:
- d1) Intervalo exacto
- d2) Intervalo asintótico
- i) Obtener el TUMP para contrastar $H_0: \theta \leq 2$ contra $H_1: \theta > 2$ a nivel α .
- j) Plantear tres regiones críticas distintas para contrastar $H_0: \theta = 2$ contra $H_1: \theta \neq 2$ a nivel 0.05. ¿Alguna de ellas está relacionada con el TRV?. Calcular la razón de verosimilitudes.

(3 puntos)

3.- Si se pretende contrastar la normalidad con una muestra de tamaño 25:

- a) ¿Qué estadístico es el más adecuado para llevar a cabo el contraste?.
- b) Indicar cómo se calcula dicho estadístico y dar la expresión de la región crítica.
- c) Calcular el nivel de significación de unos datos para los que el estadístico toma el valor 0.94.
- d) ¿Qué credibilidad se puede dar a la aceptación de la normal como distribución subyacente utilizando el estadístico anterior para una muestra de tamaño 25?. Justificar la respuesta.

(1 punto)

4.- En una encuesta hecha a 300 votantes del distrito A y a 200 del distrito B se obtuvo que el 46% y el 68% respectivamente, estaban a favor de un candidato dado.

- ¿Hay diferencia significativa entre los distritos?
- ¿Cuál es el mínimo nivel al que puede considerarse significativa la diferencia?
- ¿El candidato es significativamente más votado en el distrito B que en el A?
- Dar un intervalo de confianza del 90% para la diferencia de proporciones de voto en ambos distritos y relacionar el resultado con el apartado a).
- ¿La proporción de votantes a favor del candidato en el distrito A es significativamente distinta del 50%?
 - Responder a la pregunta con los datos del enunciado.
 - Para responder a la pregunta que se plantea, si se quiere detectar una proporción del 52% con una probabilidad del 90%, ¿qué tamaño muestral es necesario?. Tomar $\alpha=0.05$.

(2 puntos)

5.- Se obtienen al azar dos muestras independientes de tamaños 16 y 10 respectivamente, de dos poblaciones con distribución normal. Si sus varianzas (calculadas como la suma de desviaciones cuadráticas dividida por el tamaño muestral) son 24 y 18 respectivamente:

- Dar un intervalo de confianza del 90% para el cociente de desviaciones estándar.
- ¿Cuál es el mínimo nivel al que podrían considerarse significativamente distintas las varianzas?. Si no es posible calcularle acotarle adecuadamente.
- Dar una cota confidencial inferior del 95% para la varianza de la primera muestra.

(1.25 puntos)

6.-Un estudio sobre la relación entre el estado civil de los hombres y su nivel laboral utilizó datos de 8235 gerentes y profesionales varones empleados por una gran empresa. Los autores del estudio agruparon la gran diversidad de categorías laborales de la empresa en cuatro niveles. El nivel 1 corresponde a los puestos de trabajo de menor categoría y el nivel 4 a los de máxima categoría. La salida de SPSS que analiza los datos obtenidos es la siguiente:

			ESTADO CIVIL				Total
			Casado	Divorciado	Soltero	Viudo	
NIVEL Laboral	1	Recuento	874	15	58	8	955
		Frecuencia esperada	896.4	14.6	39.1	4.9	955.0
		Residuos corregidos	-3.2	.1	3.3	1.5	
	2	Recuento	3927	70	222	20	4239
		Frecuencia esperada	3979.0	64.9	173.5	21.6	4239.0
		Residuos corregidos	-4.8	.9	5.4	-5	
	3	Recuento	2396	34	50	10	2490
		Frecuencia esperada	2337.3	38.1	101.9	12.7	2490.0
		Residuos corregidos	5.9	-.8	-6.3	-.9	
	4	Recuento	533	7	7	4	551
		Frecuencia esperada	517.2	8.4	22.5	2.8	551.0
		Residuos corregidos	2.9	-.5	-3.5	.7	
Total	Recuento	7730	126	337	42	8235	
	Frecuencia esperada	7730.0	126.0	337.0	42.0	8235.0	

Pruebas de chi-cuadrado

	Valor	gl	Sig. asintótica (bilateral)
Chi-cuadrado de Pearson	67.397 ^a	9	.000
Razón de verosimilitud	74.923	9	.000
N de casos válidos	8235		

a. 2 casillas (12.5%) tienen una frecuencia esperada inferior a 5. La frecuencia mínima esperada es 2.81.

Medidas direccionales

			Valor	Error típ. asint. ^a	T aproximada ^b	Sig. aproximada
Nominal por nominal	Lambda	Simétrica	.000	.000	. ^c	. ^c
		NIVEL depend.	.000	.000	. ^c	. ^c
		ESTADO depend.	.000	.000	. ^c	. ^c
	Tau de Goodman y Kruskal	NIVEL depend.	.004	.001		.000 ^d
		ESTADO depend.	.006	.001		.000 ^d
Ordinal por ordinal	d de Somer	Simétrica	-.053	.007	-7.413	.000
		NIVEL depend.	-.169	.022	-7.413	.000
		ESTADO depend.	-.032	.004	-7.413	.000

- a. Asumiendo la hipótesis alternativa.
- b. Empleando el error típico asintótico basado en la hipótesis nula.
- c. No se puede efectuar el cálculo porque el error típico asintótico es igual a cero.
- d. Basado en la aproximación chi-cuadrado.

Medidas simétricas

		Valor	Error típ. asint. ^a	T aproximada ^b	Sig. aproximada
Nominal por nominal	Phi	.090			.000
	V de Cramer	.052			.000
	Coeficiente de contingencia	.090			.000
Ordinal por ordinal	Tau-b de Kendall	-.073	.010	-7.413	.000
	Tau-c de Kendall	-.026	.004	-7.413	.000
	Gamma	-.279	.036	-7.413	.000
N de casos válidos		8235			

- a. Asumiendo la hipótesis alternativa.
- b. Empleando el error típico asintótico basado en la hipótesis nula.

¿Muestran los datos una relación estadísticamente significativa entre el estado civil y el nivel laboral?. Comentar lo más destacable de los resultados anteriores y explicar cómo se calcula el valor del estadístico chi-cuadrado y su p-valor. Explicar además la nota que se incluye debajo de la segunda tabla.

(1.25 puntos)