

**EXAMEN DE ESTADISTICA MATEMATICA. 2/9/02**  
**2º DIPLOMATURA EN ESTADISTICA**

1.- A efectos de establecer las tarifas de los seguros de automóviles para el próximo año, una compañía está interesada en conocer si el índice de siniestralidad es el mismo o diferente para los asegurados residentes en Valladolid capital que para los residentes en el resto de la provincia. Para ello se toman sendas muestras independientes de 200 asegurados de la capital y 150 del resto de la provincia, obteniéndose que en el año anterior 100 de los primeros y 50 de los segundos habían sufrido algún siniestro. Se pide:

- a) Obtener un intervalo de confianza del 95% para la diferencia en los índices de siniestralidad.
- b) Si pensamos sólo en los asegurados de Valladolid capital, determinar el tamaño muestral necesario para que el error cometido en la estimación del índice sea inferior al 1% con probabilidad 0.95.
- c) Si el estudio lo que pretende es corroborar que el índice de siniestralidad es mayor en la capital de provincia, ¿cuál es el mínimo nivel al que podríamos considerarlo significativamente mayor?, ¿cuál es la conclusión final?.

(1.5 puntos)

2.- Estamos interesados en el cultivo de la avena y queremos estudiar cuál de dos tipos de avenas puede interesar más. Los siguientes datos nos determinan la cantidad por acre recogida de cada tipo de avena, en 16 parcelas, 8 de cada tipo, suponiendo que todas ellas han estado expuestas al mismo tipo de condiciones medio ambientales:

Avena A: 71.2, 72.6, 47.8, 76.9, 42.5, 49.6, 62.8, 48.2  
Avena B: 56.6, 60.7, 45.4, 73.0, 42.8, 65.2, 41.7, 57.3

$$\bar{X}_A = 58.95 \quad \bar{X}_B = 55.34$$
$$S_A^2 = 181.62 \quad S_B^2 = 126.48$$

- a) A la vista de los datos anteriores contestar a la siguiente pregunta bajo los dos supuestos que se indican:  
¿crees que es más interesante cultivar un tipo de avena que otro?
  - a1) Suponiendo normalidad.
  - a2) Sin suponer normalidad.
- b) Contestar a la misma pregunta pero suponiendo que los datos provienen de 8 parcelas, que hemos dividido en dos trozos iguales, una cultivada con avena A y otra con avena B.
  - b1) Suponiendo normalidad.
  - b2) Sin suponer normalidad.

(2 puntos)

3.- Decir qué test de ajuste consideras más adecuado para cada uno de los siguientes casos, justificando la respuesta e indicando qué distribución utilizarías para el estadístico de contraste:

- a) Ajuste a una Geométrica de parámetro desconocido para una muestra de tamaño 40.
- b) Ajuste a una Normal de parámetros desconocidos para una muestra de tamaño 2000.
- c) Ajuste a una Normal de parámetros desconocidos para una muestra de tamaño 23.

(1 punto)

4.- Diseñar un experimento y dar una regla de decisión que permita confirmar si una moneda es balanceada. Dicha regla de decisión debe cumplir las siguientes condiciones:

- La probabilidad de rechazar la hipótesis cuando en realidad es correcta es como máximo 0.05.
- La probabilidad de aceptar la hipótesis cuando en realidad la probabilidad de cara difiere de 0.5 por 0.1 o más es como máximo 0.05.

¿Podemos encontrar otra regla de decisión mejor que la dada?. Justificar la respuesta.

(1.25 puntos)

5.- Sea  $X_1, X_2, \dots, X_n$  m.a.s. de una población con ley de probabilidad Geométrica de parámetro  $p$  (que toma valores  $0, 1, 2, \dots$ ) se quieren contrastar las siguientes hipótesis sobre  $p$  en base a dicha muestra:

$$H_0: p = 0.5$$

$$H_1: p \neq 0.5$$

Se pide:

- Calcular la razón de verosimilitudes.
- Construir a partir de ella dos reglas de decisión de nivel 0.05. Las reglas deben indicarse explícitamente.

(1.25 puntos)

6.- Sea  $X_1, X_2, \dots, X_n$  m.a.s. de una población, se consideran los siguientes estimadores de  $\theta$ . Estudiar todas las propiedades que conozcas de estos estimadores y compararlos:

$$a) \quad T_1 = X_{(1)} \quad T_2 = \frac{2(X_1 + X_2 + \dots + X_n)}{n} \quad \text{para una población uniforme en } (\theta, 0)$$

$$\text{Nota: } \text{Var}X_{(1)} = \theta^2 \frac{n}{(n+2)(n+1)^2}$$

$$b) \quad T_1 = \frac{(X_1 + X_2 + \dots + X_n)}{n} \quad T_2 = \frac{2(X_1 + X_2 + \dots + X_n)}{n+1} \quad \text{para una población exponencial de media } \theta.$$

- Explicar el significado de los siguientes conceptos y poner un ejemplo de cada uno de ellos:
  - estimador consistente
  - estimador eficiente
  - estimador asintóticamente eficiente

(1.5 puntos)

7.- Con el fin de estudiar la influencia del estado dental en la presentación de cefaleas, se tomaron 19 adolescentes y se les clasificó según presentaran o no cefaleas y según tuvieran o no la dentadura deteriorada.

		Dentadura	
		NO	SI
Cefaleas	NO	13	3
	SI	1	2

- Según los datos de la tabla anterior, ¿es significativa dicha influencia?.
- Volver a contestar a la pregunta del apartado anterior suponiendo que el tamaño muestral fuese 190 y las frecuencias de la distribución conjunta fuesen 130, 30, 10 y 20 respectivamente. Explicar las diferencias entre los dos apartados.
- Dar un intervalo de confianza del 90% para el cociente de las siguientes probabilidades:
  - Probabilidad de presentar cefaleas en los adolescentes que no tienen la dentadura deteriorada.
  - Probabilidad de presentar cefaleas en los adolescentes que tienen la dentadura deteriorada.

(1.5 puntos)