

**EXAMEN DE ESTADISTICA MATEMATICA. 16/6/03**  
**2º DIPLOMATURA EN ESTADISTICA**

1.- Se está haciendo un estudio con animales de una población de la que se conoce que el 20% tiene determinada característica genética. Si se extrae al azar una muestra de 100 animales de dicha población, ¿cuál es la probabilidad de que al menos 15 animales presenten la característica anterior?. Dar la distribución asintótica del cociente entre las proporciones muestrales de animales con y sin característica en una muestra de tamaño  $n$ .  
(1.5 puntos)

2.- Sea  $X_1, \dots, X_n$  m.a.s. de una población con ley de probabilidad de Weibull, función de densidad

$$f(x) = \left(\frac{2x}{\theta^2}\right) \text{Exp}\left\{-\left(\frac{x}{\theta}\right)^2\right\} \quad x > 0, \quad \theta > 0,$$

- a) Obtener el E.M.V. para  $\theta$  y para  $\theta^2$ .
  - b) Estudiar la consistencia y la distribución asintótica del E.M.V. de  $\theta^2$ .
  - c) ¿Puede haber un estimador insesgado de  $\theta^2$  con menor varianza que el E.M.V.?. Justificar la respuesta.
  - d) Determinar intervalos de confianza para  $\theta$  de nivel de confianza  $1-\alpha$ :
    - d1) Intervalo exacto
    - d2) Intervalo asintótico
  - e) Obtener el TUMP para contrastar  $H_0: \theta \leq 2$  contra  $H_1: \theta > 2$  a nivel  $\alpha$ .
  - f) Plantear tres regiones críticas distintas para contrastar  $H_0: \theta = 2$  contra  $H_1: \theta \neq 2$  a nivel 0.05. ¿Alguna de ellas está relacionada con el TRV?. Calcular la razón de verosimilitudes.
- (2.5 puntos)

3.- En una encuesta hecha a 300 votantes del distrito A y a 200 del distrito B se obtuvo que el 56% y el 48% respectivamente, estaban a favor de un candidato dado.

- a) ¿Hay diferencia significativa entre los distritos?.
- b) ¿Cuál es el mínimo nivel al que puede considerarse significativa la diferencia?.
- c) ¿El candidato es significativamente más votado en el distrito A que en el B?.
- d) Dar un intervalo de confianza del 95% para la diferencia de proporciones de voto en ambos distritos y relacionar el resultado con el apartado a).
- e) ¿La proporción de votantes a favor del candidato en el distrito A es significativamente distinta del 50%?.
  - e1) Responder a la pregunta con los datos del enunciado.
  - e2) Para responder a la pregunta que se plantea, si se quiere detectar una proporción del 51% con una probabilidad del 90%, ¿qué tamaño muestral es necesario?.Tomar  $\alpha=0.05$ .

(2 puntos)

4.- Se obtienen al azar dos muestras independientes de tamaños 16 y 10 respectivamente, de dos poblaciones con distribución normal. Si sus varianzas son 24 y 18 respectivamente:

- Dar un intervalo de confianza del 95% para el cociente de desviaciones estándar.
  - ¿Cuál es el mínimo nivel al que podrían considerarse significativamente distintas las varianzas?. Si no es posible calcularle acotarle adecuadamente.
  - Dar una cota confidencial superior del 95% para la varianza de la primera muestra.
- (1.5 puntos)

5.- Si se contrasta la normalidad con una muestra de tamaño 25 y no hay evidencias para rechazarla, ¿qué credibilidad se puede dar a la aceptación de la normal como distribución subyacente?. Justificar la respuesta.

Citar los estadísticos que se podrían utilizar para llevar a cabo el contraste y qué distribuciones se considerarían. ¿Cuál de ellos sería el más adecuado para el tamaño muestral considerado?.

(1.25 puntos)

6.-Un estudio sobre la relación entre el estado civil de los hombres y su nivel laboral utilizó datos de 8235 gerentes y profesionales varones empleados por una gran empresa. Los autores del estudio agruparon la gran diversidad de categorías laborales de la empresa en cuatro niveles. El nivel 1 corresponde a los puestos de trabajo de menor categoría y el nivel 4 a los de máxima categoría. La salida de SPSS que analiza los datos obtenidos es la siguiente:

			ESTADO CIVIL				Total
			Casado	Divorciado	Soltero	Viudo	
NIVEL Laboral	1	Recuento	874	15	58	8	955
		Frecuencia esperada	896.4	14.6	39.1	4.9	955.0
		Residuos corregidos	-3.2	.1	3.3	1.5	
	2	Recuento	3927	70	222	20	4239
		Frecuencia esperada	3979.0	64.9	173.5	21.6	4239.0
		Residuos corregidos	-4.8	.9	5.4	-.5	
	3	Recuento	2396	34	50	10	2490
		Frecuencia esperada	2337.3	38.1	101.9	12.7	2490.0
		Residuos corregidos	5.9	-.8	-6.3	-.9	
	4	Recuento	533	7	7	4	551
		Frecuencia esperada	517.2	8.4	22.5	2.8	551.0
		Residuos corregidos	2.9	-.5	-3.5	.7	
Total	Recuento	7730	126	337	42	8235	
	Frecuencia esperada	7730.0	126.0	337.0	42.0	8235.0	

#### Pruebas de chi-cuadrado

	Valor	gl	Sig. asintótica (bilateral)
Chi-cuadrado de Pearson	67.397 <sup>a</sup>	9	.000
Razón de verosimilitud	74.923	9	.000
N de casos válidos	8235		

a. 2 casillas (12.5%) tienen una frecuencia esperada inferior a 5. La frecuencia mínima esperada es 2.81.

### Medidas direccionales

			Valor	Error típ. asint. <sup>a</sup>	T aproximada <sup>b</sup>	Sig. aproximada
Nominal por nominal	Lambda	Simétrica	.000	.000	. <sup>c</sup>	. <sup>c</sup>
		NIVEL depend.	.000	.000	. <sup>c</sup>	. <sup>c</sup>
		ESTADO depend.	.000	.000	. <sup>c</sup>	. <sup>c</sup>
	Tau de Goodman y Kruskal	NIVEL depend.	.004	.001		.000 <sup>d</sup>
		ESTADO depend.	.006	.001		.000 <sup>d</sup>
Ordinal por ordinal	d de Somer	Simétrica	-.053	.007	-7.413	.000
		NIVEL depend.	-.169	.022	-7.413	.000
		ESTADO depend.	-.032	.004	-7.413	.000

- Asumiendo la hipótesis alternativa.
- Empleando el error típico asintótico basado en la hipótesis nula.
- No se puede efectuar el cálculo porque el error típico asintótico es igual a cero.
- Basado en la aproximación chi-cuadrado.

### Medidas simétricas

		Valor	Error típ. asint. <sup>a</sup>	T aproximada <sup>b</sup>	Sig. aproximada
Nominal por nominal	Phi	.090			.000
	V de Cramer	.052			.000
	Coficiente de contingencia	.090			.000
Ordinal por ordinal	Tau-b de Kendall	-.073	.010	-7.413	.000
	Tau-c de Kendall	-.026	.004	-7.413	.000
	Gamma	-.279	.036	-7.413	.000
N de casos válidos		8235			

- Asumiendo la hipótesis alternativa.
- Empleando el error típico asintótico basado en la hipótesis nula.

¿Muestran los datos una relación estadísticamente significativa entre el estado civil y el nivel laboral?. Comenta lo más destacable de los resultados anteriores y explica cómo se calcula el valor del estadístico chi-cuadrado y su p-valor.

(1.25 puntos)