

**EXAMEN DE ESTADISTICA MATEMATICA. 29/6/00**  
**2º DIPLOMATURA EN ESTADISTICA**  
**FINAL**

- 1.- Sea  $X_1, \dots, X_n$  m.a.s. de una población con ley de probabilidad uniforme  $(\theta, 2\theta)$ , se pide:
- Obtener el E.M.V. para  $\theta$ .
  - Estudiar la consistencia e insesgidez de los siguientes estimadores de  $\theta$  y compararlos:

$$\frac{X_{(n)}}{2} \quad \frac{(n+1)X_{(1)}}{n+2} \quad \frac{2\bar{X}}{3}$$

Indicación:

$$EX_{(1)} = \frac{n+2}{n+1} g \quad EX_{(n)} = \frac{2n+1}{n+1} g \quad \text{Var}X_{(1)} = \text{Var}X_{(n)} = \frac{n}{(n+1)^2(n+2)} g^2$$

- Obtener intervalos de confianza de nivel  $1-\alpha$  para  $\theta$  del siguiente modo:
  - Utilizando la distribución exacta del E.M.V.
  - Intervalo asintótico.

(2 puntos)

- 2.- Sea  $X_1, \dots, X_n$  m.a.s. de una población con ley de probabilidad exponencial de media  $\lambda$ , se pide:

- Obtener la distribución asintótica del estadístico  $\frac{\bar{X}-1}{\bar{X}+1}$ .
- ¿Qué propiedades tiene el estadístico del apartado anterior como estimador de  $(\lambda-1)/(\lambda+1)$  en muestras grandes?.
- Plantear tres regiones críticas de nivel  $\alpha$ , distintas, para contrastar  $H_0: \lambda=2$  contra  $H_1: \lambda \neq 2$ .  
¿Alguna de ellas está relacionada con el TRV?.
- Para el contraste del apartado anterior y con la región crítica que creas conveniente contestar a la siguiente pregunta: ¿cuál es el tamaño muestral necesario para detectar una alternativa  $\lambda=4$  con una potencia mayor del 90%?. Hacer una representación aproximada de la función potencia para la región crítica utilizada. Tomar  $\alpha=0.05$ .

(2.25 puntos)

3.- Se consideran dos fórmulas químicas A y B para un nuevo producto que se utilizará como tinte para telas. La empresa productora está interesada en telas especialmente resistentes a perder color tras la exposición al sol. Diez piezas de diferentes tejidos se cortan en dos mitades y a cada una se le aplica uno de los dos tintes. Los 20 trozos de tela se exponen al sol durante un periodo de tiempo, al cabo del cual se mide la intensidad del color, obteniéndose:

<u>Fórmulas</u>	<u>Telas</u>									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	7.2	4.3	5.8	6.5	4.9	6.8	6.3	7.0	6.5	6.2
B	5.1	4.1	5.5	4.1	5.0	5.1	5.3	7.3	4.8	5.8

(bajos resultados indican menos intensidad, es decir, mayor pérdida de color)

- ¿Hay evidencias de que la ropa teñida con A pierda menos color?. Suponer normalidad.
- Sin suponer normalidad contestar a la pregunta del apartado anterior calculando el p-valor exacto.  
¿Tiene alguna propiedad destacable el contraste de este apartado?. Justificar la respuesta.
- En el test utilizado suponiendo normalidad y tomando  $\alpha=0.05$  calcular la potencia con que se detectaría una diferencia de intensidad de 0.97.
- Suponiendo normalidad construir un intervalo de confianza del 95% para la diferencia de intensidad. Indicar cómo podría obtenerse dicho intervalo si no pudiéramos asumir la hipótesis de normalidad.

(2.25 puntos)

4.- Decir qué test de ajuste consideras más adecuado para cada uno de los siguientes casos, justificando la respuesta e indicando qué distribución utilizarías para el estadístico de contraste:

- Ajuste a una Geométrica de parámetro desconocido para una muestra de tamaño 40.
- Ajuste a una Normal de parámetros desconocidos para una muestra de tamaño 2000.
- Ajuste a una Normal de parámetros desconocidos para una muestra de tamaño 23.
- Ajuste a una Cauchy de parámetros desconocidos para una muestra de tamaño 25.

(1 punto)

5.- Una persona que asiste asiduamente a la consulta de un médico anotó durante 30 días el número de personas que estaban en la sala de espera cuando él llegaba a la consulta. Los datos recogidos fueron los siguientes:

<i>Nº de personas en la sala de espera</i>	0	1	2	3	4	5
<i>Nº de días</i>	9	11	4	3	2	1

Contrastar si los datos se ajustan a una distribución geométrica.

(1.25 puntos)

6.- Con el fin de estudiar la influencia del estado dental en la presentación de cefaleas, se tomaron 36 adolescentes y se les clasificó según presentaran o no cefaleas y según tuvieran o no la dentadura deteriorada. Comenta la salida de SPSS para estos datos y explica cómo se calcula e interpreta cada uno de los estadísticos que en ella aparecen así como los p-valores e intervalos de confianza, destacando los más adecuados para este caso.

**Tabla de contingencia CEFALEAS \* DENTADUR**

Recuento		DENTADUR		Total
		no	sí	
CEFALEAS	no	26	6	32
	sí	1	3	4
Total		27	9	36

**Pruebas de chi-cuadrado**

	Valor	gl	Sig. asint. (bilateral)	Sig. exacta (bilateral)	Sig. exacta (unilateral)
Chi-cuadrado de Pearson	6.000 <sup>b</sup>	1	.014		
Corrección de continuidad	3.375	1	.066		
Razón de verosimilitud	5.104	1	.024		
Estadístico exacto de Fisher				.041	.041
N de casos válidos	36				

a. Calculado sólo para una tabla de 2x2.

b. 2 casillas (50.0%) tienen una frecuencia esperada inferior a 5. La frecuencia mínima esperada es 1.00.

**Estimación de riesgo**

	Valor	Intervalo de confianza al 95%	
		Inferior	Superior
Razón de las ventajas para CEFALEAS (no / sí )	13.000	1.143	147.819
Para la cohorte DENTADUR = no	3.250	.590	17.889
Para la cohorte DENTADUR = sí	.250	.100	.625
N de casos válidos	36		

**Estimación de riesgo**

	Valor	Intervalo de confianza al 95%	
		Inferior	Superior
Razón de las ventajas para DENTADUR (no / sí )	13.000	1.143	147.819
Para la cohorte CEFALEAS = no	1.444	.905	2.306
Para la cohorte CEFALEAS = sí	.111	.013	.938
N de casos válidos	36		

(1.25 puntos)

