

EXAMEN DE ESTADISTICA MATEMATICA. 3/2/00
2º DIPLOMATURA EN ESTADISTICA
1º PARCIAL

1.- Se tiene una muestra aleatoria simple de tamaño n de una población X con función de distribución F desconocida.

- a) Obtener un intervalo de confianza aproximado de nivel α para $F(t_0)$, donde t_0 es conocido.
- b) Suponemos que la muestra es de tamaño 100 y que hay 83 observaciones mayores que 5. Obtener un intervalo de confianza aproximado al 95% para $F(5)$.
- c) Supongamos que una realización de la muestra es la siguiente: 7, 8, 5, 1, 3, 9, 4, 6, 2, 7. ¿Podemos suponer $F(6)=0.4$? Responder a la pregunta utilizando la distribución exacta del estadístico test.
- d) ¿Conoces algún resultado que relacione la función de distribución muestral y la teórica sin fijar un punto concreto en el que evaluar ambas funciones?. Explicar el significado de dicho resultado.
- e) ¿Qué propiedades tiene $F_n(t_0)$ como estimador de $F(t_0)$?

(2.5 puntos)

2.- Se está haciendo un estudio con animales de una población de la que se conoce que el 20% tiene determinada característica genética. Si se extrae al azar una muestra de 100 animales de dicha población, ¿cuál es la probabilidad de que al menos 15 animales presenten la característica anterior?. Dar la distribución asintótica del cociente entre las proporciones muestrales de animales con y sin característica en una muestra de tamaño n .

(1.5 puntos)

3.- Sea X_1, \dots, X_n m.a.s. de una población con ley de probabilidad de Weibull, función de densidad

$$f(x) = \frac{\beta}{\theta} \left(\frac{x}{\theta}\right)^{\beta-1} \text{Exp}\left\{-\left(\frac{x}{\theta}\right)^\beta\right\} \quad x > 0, \quad \theta > 0, \quad \beta > 0$$

donde se supone que **β es conocido**.

- a) Obtener el E.M.V. para θ y para θ^β .
- b) Estudiar la consistencia y la distribución asintótica del E.M.V. de θ^β sin utilizar las propiedades generales del E.M.V.
- c) ¿Puede haber un estimador insesgado de θ^β con menor varianza que el E.M.V.? Justificar la respuesta.
- d) Determinar intervalos de confianza para θ de nivel de confianza $1-\alpha$:
 - d1) Intervalo exacto
 - d2) Intervalo asintótico
- e) Obtener el TUMP para contrastar $H_0: \theta \leq \theta_0$ contra $H_1: \theta > \theta_0$ a nivel α .

(2.5 puntos)

4.- Se están investigando dos métodos distintos de obtención de electricidad en las playas de Lanzarote aprovechando la fuerza del viento. El método A consume parte de la electricidad que produce para su propio funcionamiento, concretamente 10 Kw h, mientras que el método B no consume nada. Por razones de tipo económico interesa conocer si la producción media diaria **utilizable** con el método A es al menos el doble que la producción con el método B.

Para ello se eligen al azar 9 días a lo largo del mes obteniéndose los siguientes datos de producción (en los datos de A no están descontados los 10 Kw h de consumo fijo):

	<u>Día</u>								
	<u>1°</u>	<u>2°</u>	<u>3°</u>	<u>4°</u>	<u>5°</u>	<u>6°</u>	<u>7°</u>	<u>8°</u>	<u>9°</u>
A	128	147	195	110	85	218	141	121	179
B	57	68	94	49	34	101	61	50	82

- Establecer las hipótesis adecuadas.
- Contrastar las hipótesis establecidas.
- Con qué potencia se detectaría una diferencia en la producción media diaria utilizable con el método A de 2 Kw h. más del doble de la producción media diaria con el método B. Tomar $\alpha=0.05$.

(2 puntos)

5.- Sea X_1, \dots, X_n m.a.s. de una distribución $N(\mu, 4)$. Se pide:

- Obtener una expresión para la función potencia del TUMP de nivel 0.05 para contrastar $H_0: \mu \geq 2$ contra $H_1: \mu < 2$ y representarla.
- Si la media muestral para una muestra de tamaño 20 es 2.7, ¿para qué niveles de significación es posible rechazar la hipótesis $H_0: \mu = 2$ contra una alternativa bilateral?
- Obtener un intervalo de confianza del 90% para la media y relacionar el resultado con el obtenido en el apartado b).
- Supongamos que tenemos una realización de una m.a.s. de tamaño 1000 de una distribución $N(\mu, \sigma^2)$ y tal que la varianza muestral es 4, ¿son válidos los resultados del apartado a) para este caso?. Justificar la respuesta.

(1.5 puntos)